МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Механико-математический факультет

Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

________________В.П. Гарькин

«____»_______________ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

АЛГЕБРА

(блок «Общие математические и естественнонаучные дисциплины»; раздел «Федеральный компонент»; основная образовательная программа специальности 010901 Механика)

Самара

2011

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования специальности 010901 Механика 15.03.2000 (номер государственной регистрации 495ЕН/СП) и типовой (примерной) программы дисциплины «Алгебра», одобренной Советом по математике и механике УМО по классическому университетскому образованию.

Составитель рабочей программы д. ф.-м. н., профессор В.Е. Воскресенский

Рецензент д. ф.-м. н., профессор А.Н. Панов

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии (протокол № 6 от «17» января 2011 г.)

Заведующий кафедрой
17 января 2011 г. ______________ А.Н.Панов

СОГЛАСОВАНО

Декан
факультета
″____″ _____________ 2011 г. ______________ С.Я.Новиков

Начальник
методического отдела
″____″ _____________ 2011 г. ______________ Н.В.Соловова

ОДОБРЕНО

Председатель
методической
комиссии факультета

″____″ _____________ 2011 г. ______________ Е.Я.Горелова

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе, требования к уровню освоения содержания дисциплины

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

Дисциплина "Алгебра" обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, является одной из базовых дисциплин фундаментального образования, содействует формированию мировоззрения и развитию логического мышления.

Цель дисциплины – обеспечение фундаментальной подготовки студентов в одной из важнейших областей современной математики; изучение основ классической и современной алгебры; обучение основным алгебраическим методам решения задач, возникающих в других математических дисциплинах и в практике; знакомство с историей развития алгебры.

Задачи дисциплины:

- раскрыть роль алгебры в фундаментальной и прикладной математике, сформулировать основные задачи классической и современной алгебры;
- изучить основные алгебраические структуры: группы, кольца, поля и линейные пространства

1.2. Требования к уровню подготовки студента, завершившего изучение данной дисциплины:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

Иметь представление:

- о значении алгебры, ее месте в системе фундаментальных наук и роли в решении практических задач;
- о методологических вопросах математических дисциплин.

Знать:

- базовую терминологию, относящуюся к классическим и современным разделам алгебры, основные понятия и теоремы дисциплины;
- основные свойства важнейших алгебраических структур (групп, колец, полей);
- основные алгоритмы алгебры (метод Гаусса, алгоритм Евклида, отделение кратных множителей многочлена, схема Горнера, и т.д.);

Уметь:

- оперировать с подстановками, многочленами, матрицами;
- решать системы линейных уравнений;
- находить канонические формы линейных преобразований (жорданова форма матрицы);
- применять основные понятия и теоремы дисциплины при решении как алгебраических задач, так и задач смежных дисциплин.

1.3. Связь с предшествующими дисциплинами

Дисциплина "Алгебра" имеет разносторонние связи со многими другими математическими и специальными дисциплинами. Дисциплина основывается на знании числовых систем и функций, изученных в средней школе, а также в нескольких первых темах курса "Математический анализ", также используется теория пределов из этого курса. При изучении линейных пространств в алгебре широко используются знания, умения и наглядные представления, полученные слушателями при изучении прямой и плоскости в аналитической геометрии. При изучении многочленов в алгебре используется доказываемая в теории функций комплексного переменного теорема Гаусса о существовании комплексного корня многочлена с комплексными коэффициентами. Также при изучении конечных абелевых групп и конечных полей используются теория решения сравнений и теоретико-числовые функции, изучаемые в курсе «Теория чисел».

1.4. Связь с последующими дисциплинами

Полученные в алгебре знания по конечномерным пространствам над произвольными полями служат базой для изучения действительных и комплексных пространств в курсе "Математический анализ". Знания из алгебры по теории многочленов, колец и групп широко используются в курсах "Математическая логика и теория алгоритмов" и «Дискретная математика» при изучении булевых и многозначных функций, а также при изучении теории графов. Теория решения систем линейных уравнений, а также теория квадратичных форм являются базой для исследования теоретических задач в курсе «Аналитическая геометрия». Знания и умения по нахождению жордановой формы матрицы используются при решении систем линейных дифференциальных уравнений. Курс "Алгебра" является базовым для многих специальных дисциплин.

2. Содержание дисциплины

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы (в часах)

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ, 1-й семестр - зачет, экзамен, 2-й семестр – зачет, экзамен

Вид занятий	**Всего час.**	**Семестры**	
		I	II
Всего аудиторных занятий	140	72	68
Лекции	70	36	34
Практические занятия (семинары)			
Лабораторные занятия	70	36	34
Самостоятельная работа, всего	76	34	42
Курсовая работа			
Всего по дисциплине	216	126	110
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)		Зачет, экзамен	Зачет, экзамен

2.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№	Раздел дисциплины	Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия
1	Определитель и его свойства	10	-	10
2	Многомерное векторное пространство	6	-	6
3	Теория линейных уравнений	4	-	6
4	Матрицы	4	-	4
5	Комплексные числа	6	-	6
6	Алгебраические системы	6	-	4

2.3. Лекционный курс

ТЕМА 1. ТЕОРИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Определители второго и третьего порядков. Правило Крамера для систем линейных уравнений второго и третьего порядков. ***Перестановки и подстановки***, их четность. Изменение четности перестановки при транспозиции. Операции с подстановками: произведение подстановок, обратная подстановка. Четность произведения подстановок.

Определение детерминанта **n**-го порядка. Свойства определителя: неизменность при транспонировании, транспозиция двух строк определителя и следствие об определителе с двумя одинаковыми строками, умножение строки на число и следствие об определителе с двумя пропорциональными строками, сумма определителей, линейная комбинация строк и элементарные преобразования строк определителя. ***Миноры и алгебраические дополнения***. Теорема о разложении определителя по строке. Разложение нуля с помощью двух строк определителя. Определитель Вандермонда. Теорема Лапласа. Вычисление треугольных и клеточно-диагональных определителей. Вывод формул Крамера для решения квадратных систем линейных уравнений.

ТЕМА 2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Классификации систем линейных уравнений. Основная и расширенная матрицы системы линейных уравнений. Элементарные преобразования и метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

Арифметическое n-мерное пространство. Сумма векторов и умножение вектора на число. ***Линейная зависимость*** и ***независимость*** векторов, примеры. Лемма о замене и следствия из нее. Ранг и базис системы векторов. Базис и размерность векторного пространства.

Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Ранг транспонированной матрицы. Теорема Кронекера-Капелли (критерий совместности систем линейных уравнений). Линейные формы и их свойства. Свободные и зависимые переменные в системе. Однородные системы линейных уравнений и свойства их решений. ***Фундаментальная система решений*** однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения неоднородной системы линейных уравнений.

ТЕМА 3. АЛГЕБРА МАТРИЦ

Операции с матрицами: определения суммы и произведения двух матриц, умножение матрицы на число. Свойства этих операций. Теорема об ассоциативности произведения двух матриц. Примеры некоммутативности произведения двух матриц. Теорема об определителе произведения квадратных матриц. Связь транспонирования с умножением матриц.

Алгебра квадратных матриц над произвольным полем. Единичная матрица и ее свойства. Левая и правая обратные матрицы, их совпадения. Единственность обратной матрицы. Связь обращения матрицы с умножением и транспонированием. Критерий существования обратной матрицы. Алгоритмы нахождения обратной матрицы. Решение матричных уравнений.

ТЕМА 4. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

Аксиомы кольца, аксиомы поля. Примеры колец и полей (поле из двух элементов). Введение поля комплексных чисел как простого расширения поля действительных чисел. ***Алгебраическая форма*** комплексного числа: сложение, умножение, деление комплексных чисел. Извлечение квадратного корня из комплексного числа в алгебраической форме. Сопряженное комплексное число и его свойства. Изображение комплексных чисел на плоскости, модуль и аргумент комплексного числа. ***Тригонометрическая форма*** комплексного числа: умножение и деление чисел в тригонометрической форме. Формула Муавра. Извлечение корня n-й степени из комплексного числа. Корни из единицы и их свойства. Первообразные корни, критерий первообразности корня. Экспонента комплексного числа. Формула Эйлера. ***Экпоненциальная форма*** комплексного числа.

ТЕМА 5. ГРУППЫ

Определение группы, Подгруппы: определения и примеры. Целая степень элемента и ее свойства. Циклическая подгруппа, порожденная элементом группы. Порядок элемента: определение, примеры и эквивалентная характеристика. Левые и правые смежные классы по подгруппе: определение, примеры, свойства. Теорема Лагранжа. *Конструкция фактор группы*, примеры: группа вычетов по модулю. *Гомоморфизмы групп* и их элементарные свойства, примеры. Ядро и образ гомоморфизма, примеры. Классификация гомоморфизмов: моно-, эпи-, изоморфизм. Критерий мономорфизма

ТЕМА 6. КОЛЬЦО МНОГОЧЛЕНОВ

Кольцо многочленов от одной переменной (свойства операций сложения, умножения двух многочленов) над произвольным полем. Степень многочлена и ее свойства. Деление с остатком. Отношение делимости. Ассоциированность. Наибольший общий делитель, алгоритм Евклида и расширенный алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены и их свойства. Неприводимые многочлены, разложение многочлена на неприводимые множители. Корни многочлена. Теорема Безу, схема Горнера. Кратность корня, кратность неприводимого множителя. Понижение кратности при дифференцировании для случая поля характеристики ноль. Разложение многочлена на линейные множители над полем комплексных чисел, основная теорема алгебры. Неприводимые множители над полем действительных чисел.

Многочлены с рациональными коэффициентами. Примитивные многочлены, лемма Гаусса. Связь приводимости целочисленных многочленов над кольцом целых чисел с их приводимостью над полем рациональных чисел. ***Рациональные корни*** многочленов с рациональными коэффициентами и алгоритм их нахождения. Критерий Эйзенштейна неприводимости многочлена с целыми коэффициентами, неприводимость кругового многочлена.

ТЕМА 7. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Аксиомы линейного пространства и простейшие следствия из них. Примеры линейных пространств. Линейная зависимость векторов. Лемма о замене и следствия из нее. ***Базис и размерность*** линейного пространства, примеры бесконечномерных линейных пространств. ***Координаты вектора***, действия над векторами в координатах. Матрица перехода от одного базиса к другому, ее свойства. Изменение координат вектора при замене базиса.

Линейные подпространства, линейная оболочка и другие примеры. Лемма о дополнении базиса подпространства до базиса пространства. Действия над линейными подпространствами: пересечение и сумма. Теорема о размерности суммы подпространств. Прямая сумма подпространств, критерии прямой суммы.

ТЕМА 8. ЛИНЕЙНЫЕ ОПЕРАТОРЫ

Определение и примеры ***линейных отображений (операторов)***. Задание линейного оператора образами базисных векторов. Ядро и образ линейного оператора: определения и свойства. Теорема о связи размерностей ядра и образа линейного оператора. Классификация линейных отображений: эпи-, моно- и изоморфизмы, критерии изоморфизма, изоморфность линейных пространств данной конечной размерности над данным полем.

Кольцо эндоморфизмов линейного пространства. ***Матрица оператора*** в данном базисе. Матрицы суммы, произведения линейных операторов и пропорционального оператора. Изменение матрицы оператора при замене базиса. Подобные матрицы.

Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. ***Характеристический многочлен*** линейного оператора и его вычисление (след и определитель линейного оператора). Характеристические корни линейного оператора и их связь с собственными значениями этого оператора. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных чисел линейного оператора, заданного матрицей в данном базисе. Свойства собственных векторов, отвечающих одному и тому же собственному числу, а также различным собственным числам. Линейные операторы с простым спектром и приведение их матрицы к диагональному виду.

ТЕМА 9. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ

Понятие формы n-й степени, ***квадратичная форма***, матрица ее коэффициентов, матричная запись квадратичной формы. Эквивалентность квадратичных форм, связь между матрицами эквивалентных квадратичных форм. ***Ранг*** квадратичной формы, его инвариантность в классе эквивалентности, регулярные квадратичные формы. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах (метод Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду).

Комплексные квадратичные формы: нормальный канонический вид, критерий эквивалентности двух форм, классификация комплексных квадратичных форм.

Вещественные квадратичные формы: нормальный канонический вид, положительный и отрицательный ***индексы инерции, сигнатура***. Закон инерции для вещественных квадратичных форм и критерий эквивалентности. ***Положительно определенные квадратичные формы***: два определения. Критерий Сильвестра положительной определенности.

ТЕМА 10. ЕВКЛИДОВЫ И УНИТАРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Скалярное произведение и его свойства. Примеры евклидовых и унитарных пространств. Превращение конечномерного пространства в евклидово (унитарное) пространство. Длина вектора и нормирование вектора. Ортогональные системы векторов и их свойства. Ортогональный базис, ортонормированный базис и их существование: процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение линейного подпространства евклидова пространства, ортогональная проекция вектора на подпространство.

Линейная замена, сохраняющая сумму квадратов, и ортогональные матрицы: эквивалентные определения и свойства. Матрицы перехода от ортонормированного базиса к другому ортонормированному базису. ***Ортогональные преобразования*** евклидова пространства и их свойства. ***Симметрические преобразования*** евклидова пространства и их свойства: матрица симметрического преобразования в ортонормированном базисе, характеристические корни симметрического преобразования, диагонализируемость симметрического преобразования.

2.4. Практические (семинарские) занятия

Практические (семинарские) занятия по дисциплине не предусмотрены.

2.5. Лабораторный практикум

№ п/п	№ темы	Кол-во часов	Наименование лабораторных работ
			первый семестр
1	1	2	Определители 2-го и 3-го порядка, метод Крамера, метод Гаусса
2	1	2	Перестановки и подстановки, их четность. Определение определителя , свойства определителей
3	1	2	Вычисление числовых определителей
4	1	2	Теорема Лапласа. Определители n-го порядка
5	1	2	Определители n-го порядка
6	1	2	Контрольная работа
7	2	2	Ранг матрицы
8	2	2	Решение однородных систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
9	2	2	Решение систем линейных уравнений в вектором виде .
10	3	2	Алгебра матриц
11	3	2	Обратная матрица. Решение матричных уравнений
12	2, 3	2	Контрольная работа
13	4	2	Комплексные числа и действия над ними
14	4	2	. Корни из комплексных чисел
15	4	2	Контрольная работа
16	5	2	Понятие группы. Примеры групп.
17	6	2	Делимость многочленов. Схема Горнера
18	6	2	Кратность корня многочлена
			второй семестр
19	6	2	Алгоритм Евклида. Неприводимые многочлены
20	6	2	Многочлены с целыми коэффициентами
21	6	2	Контрольная работа
22-23	7	4	Базис и размерность. Сумма и пересечение линейных подпространств
24-25	7	4	Замена базиса. Матрица перехода
26-28	8	6	Матрица линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения
29-30	9	4	Квадратичные формы
31	6-9	2	Контрольная работа
32-34	10	6	Евклидовы пространства
35	10	2	Контрольная работа

3. Организация текущего и промежуточного контроля знаний

3.1. Контрольные работы

Тематика контрольных работ	Сроки проведения	Темы дисциплины
1. Определители	лабораторная раб. № 6,	1
2. Ранг матрицы, системы линейных уравнений, матричные уравнения	лабораторная раб..№ 12	2,3
3. Комплексные числа	лабораторная раб. № 15,	4
4. Многочлены	лабораторная раб. №21	6
5. Линейные пространства, квадратичные формы	лабораторная раб. № 31	6, 7, 8, 9
6 Евклидовы и унитарные пространства	лабораторная раб. №35	10

3.1.1. Поддержка самостоятельной работы (сборники тестов, задач, упражнений и др.)

1. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. М.: Физ.-мат. литература, 2001.
2. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. СПб.: Издательство «Лань», 2001.
3. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: Учебник в 2-х томах. Части I, II. – М.: Гелиос – АРВ, 2003.
4. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука, 1984.
5. Демин И.В. Задачи по алгебре. Самара: Издательство «Самарский университет», 1996. (*Учебное пособие*)
6. Демин И.В., Рудман Р.М. Задачи по линейной алгебре. Самара: Издательство «Самарский университет», 2002. (*Учебное пособие*)

3.1.2. Тематика рефератов

Написание рефератов по курсу не предусмотрено.

3.2. Курсовые работы

Написание курсовых работ по учебному плану не предусмотрено.

4. Литература:

4.1. Основная:

1. Курош А.Г. *Курс высшей алгебры.* 12 ИЗД. Издательство Лань, 2003
2. Кострикин А.И. В*ведение в алгебру.* ФИЗМАТЛИТ, 2004
3. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. *Сборник задач по высшей алгебре.* М.: Наука, 1978
4. Мальцев А.И. *Основы линейной алгебры.* «Лань», 2009

4.2. Дополнительная:

1. Проскуряков И.В. *Сборник задач по линейной алгебре.*